

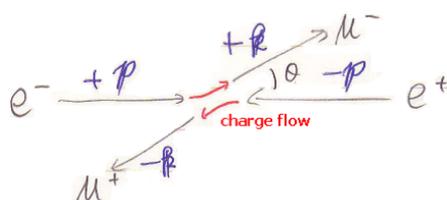
# Chapter 1 – Invitation: Pair Production in $e^+e^-$ Annihilation

Sho IWAMOTO [ID:61508] (Dept. of Physics : 4th yr.)

February 13, 2007

- Quantum Electrodynamics (QED) : The best fundamental theory  
Maxwell eqn. & Dirac Eqn.    Electrodynamic Phenomena
- Feynman Diagram : Draw a diagram  
Mathematical form of quantum mechanical amplitude

## ◆ The Simplest Situation



$$m_\mu > m_e$$

$$p > m \quad \text{i.e.} \quad E \sim \|p\|^{*1}$$

(微分散乱断面積に主眼を置いて考える)

ここで spin について考える。<sup>\*2</sup>運動の方向について  $\pm 1/2$  を考えれば良く、

- $e^+$ ,  $e^-$  は偏極していないと仮定    + と - を両方
- $\mu^+$ ,  $\mu^-$  の偏極は普通測定できない    + と - を両方

というわけでこの 4 粒子の  $\pm$  の組み合わせ 16 通りを考え、平均すればよい??

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{16} \sum_{\text{spin sets}} \left| \frac{\mathcal{M}}{4\pi E} \right|^2 = \frac{1}{64\pi^2 E_{\text{cm}}^2} \cdot \sum |\mathcal{M}|^2 \quad (1.1)$$

Convention はこの解釈でいいのかな?

ここで  $E_{\text{cm}} = 2 \|p\| = 2 \|k\|$  , 即ち弾性散乱。

式 (1.1) は、終状態が、massless 2 particles の場合の、重心系での式らしいですね。はいはい天下り。

Section 4.5 に期待。

## ■ A Good News & A Bad News

- $\mathcal{M}$  の正確な値はわからない (摂動論を用いる)
- Feynman diagram はすばらしい。

<sup>\*1</sup>  $p^2 = m^2 c^2 - \|p\|^2 = E^2/c^2$ 。はいはい Lorentz 変換。

<sup>\*2</sup> そもそも反粒子の存在が微妙なところである。

■  $\mathcal{M}$  の教育的な導出

Transition amplitude って何だっけ!?! は

$$\Delta^{(1)} = \langle \text{Fin.} | H_I | \text{Init.} \rangle = \langle \mu^+ \mu^- | H_I | e^+ e^- \rangle \quad (1.2)$$

となるが, interaction  $H_I$  は直接ではなく, 電磁場 (photon) を通じて為されるので,  $\Delta^{(1)} = 0$ 。.....。

というわけで

$$\mathcal{M} \sim \Delta^{(2)} = \langle \mu^+ \mu^- | H_I | \gamma \rangle^\mu \quad (1.3)$$

である。(つていわれてもわからんけど)

んでこれは右の図のように書ける。いや, わからんけど。

$\langle \gamma | H_I | e^+ e^- \rangle^\mu$  は  $e$  に比例する (つてなんでかなあ) ので,

$$\langle \gamma | H_I | e^+ e^- \rangle^\mu \propto e (0, 1, i, 0) \quad (1.4)$$

となる.....(° ° ;)

更に muon 側の vector も, これを  $\theta$  だけ回転させて

$$\langle \gamma | H_I | \mu^+ \mu^- \rangle^\mu \propto e (0, \cos \theta, i, -\sin \theta) \quad (1.5)$$

となる.....° ° ( ; ) どこをどう回せばそうなるのwwwマジでwwwwww

というわけで

$$\mathcal{M}(RL \rightarrow RL) = -e^2(1 + \cos \theta) \quad (1.6)$$

である。\*3

この結果は, 特に  $\theta = 180^\circ$  だと微分散乱断面積が 0 になっていることに注目。いやwwwだからなんでできるのwwwわからんしwwwしらんしwww

で, 次に, 例えば  $e^+e^-$  が RR の状態だと, we might expect to obtain a longitudinally polarized photon (... って何でしょう。) だが, 我々は 4 次元時空で角運動量を足さなければならないので, spin(回転による変換特性) だけではなく, boost による変換特性も考えなければならない。で, massless fermion に対する 4 次元 Clebsh-Gordan 係数は 0 になる。(For the record, the state is a superposition of scalar and antisymmetric tensor pieces. はいはい。)

$$\begin{aligned} \sum |\mathcal{M}|^2 &= 4e^4(1 + \cos^2 \theta) \quad \text{より} \\ \frac{d\sigma}{d\Omega} &= \frac{\alpha^2}{E_{\text{cm}}^2}(1 + \cos^2 \theta) \quad \text{となる。} \end{aligned} \quad (1.8)$$

あれwwwなんかちがうwwwもしかして (1.1) では別に 16 で割ってる訳じゃなくて, ここで 4 で割ったの??でも 16 種じゃなくて 4 種の平均でいいの????

この結果からは (1.9) が容易に導かれ, これは実験値と 10% しか変わらない。

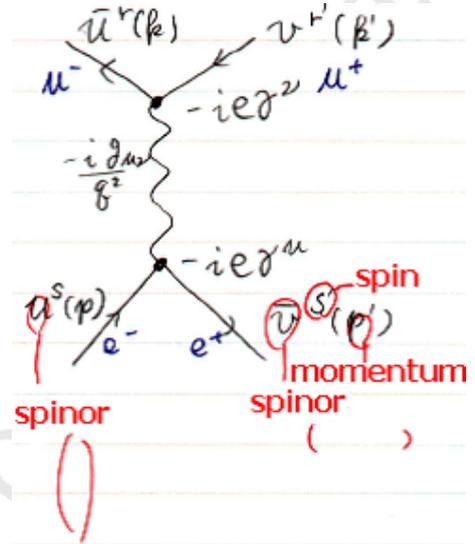
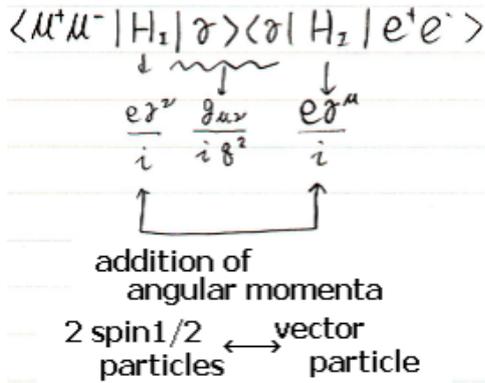
\*3 4 元 vector の metric が (+, -, -, -) であることに注意。

◆ Embellishments and Questions

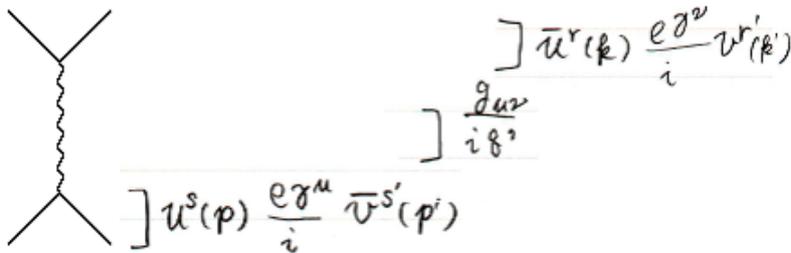
今までは, center-of-mass system であり, かつ high energy limit  $E \sim p^2$  であったため簡単だった。今度はこの 2 条件を外す。

そもそも, さっきの Feynman diagram は実はちゃんと書くのと右図のようになる。らしい。

というのもそもそも  $H_I$  だとか  $|\gamma\rangle\langle\gamma|$  が下の図のような感じになってるから みたいだけどもまよおわからん。



で, これを並べると



となって式 (1.10) が得られると かいう噂ですよ。

あと Bhabha scattering とか Compton scattering とかいろいろやってるけどもういい。しらん。Feynman diagram が分かったらまた戻ってこよう。もうやだ。めんどい。